

## ***TEMAS DE FÍSICA Y QUÍMICA*** ***(Oposiciones de Enseñanza Secundaria)***

---

### ***TEMA 25***

#### **ONDAS ELECTROMAGNÉTICAS: ORIGEN Y PROPIEDADES. ENERGÍA Y CANTIDAD DE MOVIMIENTO EN LAS ONDAS ELECTROMAGNÉTICAS. ESPECTROS ELECTROMAGNÉTICOS. APLICACIONES. MEDIDAS DE PROTECCIÓN CUANDO HA LUGAR.**

##### **Esquema**

1. Introducción a las Ondas Electromagnéticas.
  - 1.1. La radiación como ondas mecánicas. El éter.
  - 1.2. Ecuaciones de Maxwell aplicadas a las ondas electromagnéticas.
  - 1.3. Propagación de la energía radiante como O.E.M.
2. Producción de Ondas Electromagnéticas.
  - 2.1. Energía del campo eléctrico.
  - 2.2. Energía del campo magnético.
  - 2.3. El circuito oscilante.
    - 2.3.1. Condiciones de no amortiguamiento.
    - 2.3.2. Energía del oscilador. Frecuencia de la oscilación.
3. Radiación electromagnética.
  - 3.1. El emisor ideal de ondas electromagnéticas.
  - 3.2. Velocidad de propagación de las ondas electromagnéticas.
  - 3.3. Energía de una onda electromagnética.
    - 3.3.1. Vector de Poynting o intensidad de radiación.
    - 3.3.2. Emisión de energía por una carga con movimiento uniforme.
    - 3.3.3. Emisión de energía por una carga con movimiento uniformemente acelerado.
  - 3.4. Momento lineal de una onda electromagnética. Efecto Compton.
  - 3.5. Absorción de las ondas electromagnéticas.
  - 3.6. Efecto Doppler en las ondas electromagnéticas.
4. Espectro de la radiación electromagnética.
  - 4.1. Clasificación del espectro electromagnético. Aplicaciones.
  - 4.2. Medidas de protección a la radiación de elevada frecuencia.

## TEMA 25

### **ONDAS ELECTROMAGNÉTICAS: ORIGEN Y PROPIEDADES. ENERGÍA Y CANTIDAD DE MOVIMIENTO EN LAS ONDAS ELECTROMAGNÉTICAS. ESPECTROS ELECTROMAGNÉTICOS. APLICACIONES. MEDIDAS DE PROTECCIÓN CUANDO HA LUGAR.**

#### **1. INTRODUCCIÓN A LAS ONDAS ELECTROMAGNÉTICAS**

Se llama Onda o Movimiento Ondulatorio al fenómeno de transmisión de una perturbación física de una partícula, de un lugar a otro del espacio, bien a través del medio material o por la naturaleza de la propia onda. Consiste, pues, en una transmisión de energía pero no de materia.

La clasificación de los movimientos ondulatorios depende del criterio utilizado. Uno de ellos, clasifica los MM.OO. según el medio en que se propaga, resultando dos grupos de ondas:

a) *Ondas Materiales.* Precisan para su transmisión, de un medio material elástico. La velocidad con la cual se propagan estas ondas es función de las características elásticas del medio, como, densidad, módulos de elasticidad, coeficientes de compresibilidad, coeficiente adiabático, etc.

b) *Ondas electromagnéticas.* No necesitan de un medio material para su propagación, sino que se propagan en el vacío. Una carga eléctrica al ser acelerada, crea a su alrededor un campo electromagnético variable. Si aceptamos la existencia de un valor para el campo electromagnético incluso en el vacío, una modificación del mismo en un punto producirá modificaciones a su alrededor, transmitiéndose la perturbación electromagnética. La velocidad con que se propaga esta perturbación (O.E.M.) depende de la constante dieléctrica ( $\epsilon$ ) y de la permeabilidad magnética ( $\mu$ ) del medio. Para el vacío:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \cong 300.000 \text{ Km/s}$$

#### **1.1. La radiación como ondas mecánicas. El éter.**

Antiguamente existía la creencia de que la luz o radiación luminosa era una onda mecánica, semejante al sonido o a las ondas en las cuerdas, aunque su medio de propagación no estaba determinado. Para ello, Cristian Huygens inventó el éter, que era un medio material que llenaba el espacio y penetraba en los poros de los cuerpos transparentes y servía así de medio material para la propagación de las ondas luminosas. Según esto, el éter debería tener ciertas propiedades contradictorias, pues si la luz eran ondas mecánicas como el sonido, sería necesario que el éter fuera extremadamente rígido para explicar la gran velocidad de propagación observada en ella y, por el contrario, debería de ser extremadamente tenue y ligero para permitir el movimiento de los astros en su seno, sin disminución apreciable de su velocidad.

Cuando se demostró, por los trabajos teóricos de James Clerk Maxwell y experimentales de Heinrich Hertz, que la luz era una onda electromagnética, que no precisaba

medio de propagación e igualmente por el experimento de Michelson y Morley, se demostró que no existía arrastre de la luz, debido al movimiento de la Tierra, toda la teoría de la existencia del éter fue desechada, considerándose la luz como una onda electromagnética.

### 1.2. Ecuaciones de Maxwell aplicadas a las ondas electromagnéticas.

Se pueden deducir las propiedades de las ondas electromagnéticas, a partir de las ecuaciones de Maxwell, que recordaremos a continuación:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q}{\epsilon_0} \quad (1) \quad \oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0 \quad (2)$$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\frac{d\Phi_m}{dt} \quad (3) \quad \oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I + \epsilon_0 \mu_0 \frac{d\Phi_e}{dt} \quad (4)$$

Supongamos que la onda electromagnética es una onda plana, es decir, que sólo viaja en una dirección. Supongamos que viaja en la dirección del eje X, el campo eléctrico  $E$  está en la dirección Y y el campo magnético  $B$  en la dirección Z (fig.1). Además los campos  $E$  y  $B$  son funciones de  $x$  y  $t$  y no dependen de las otras coordenadas  $y$ ,  $z$ . Utilizando la tercera y cuarta ecuación de Maxwell, considerando que en el espacio vacío,  $Q=0$  e  $I=0$ , resultará:

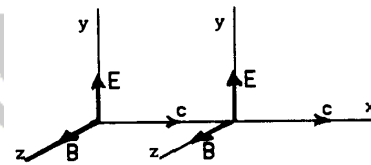


FIG. 1

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\frac{d\Phi_m}{dt} \quad \text{y} \quad \oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \epsilon_0 \mu_0 \frac{d\Phi_e}{dt}$$

y aplicando el teorema de Stokes y desarrollando las expresiones resultantes, como se demuestra en el Anexo, llegamos a:

$$\frac{\partial E}{\partial x} = -\frac{\partial B}{\partial t} \quad \text{y} \quad \frac{\partial B}{\partial x} = -\epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial E}{\partial t} \quad (5)$$

si derivamos la primera con respecto a  $x$  y sustituimos la segunda resultará:

$$\frac{\partial^2 E}{\partial x^2} = -\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial B}{\partial t} \right) = -\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial B}{\partial x} \right) = -\frac{\partial}{\partial t} \left( -\epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial E}{\partial t} \right)$$

o sea: 
$$\frac{\partial^2 E}{\partial x^2} = \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} \quad (6)$$

Análogamente, derivando la segunda ecuación de las (5) con respecto a  $x$  y sustituyendo la primera, resultará:

$$\frac{\partial^2 B}{\partial x^2} = -\epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial E}{\partial t} \right) = -\epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial E}{\partial x} \right) = -\epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial}{\partial t} \left( -\frac{\partial B}{\partial t} \right)$$

o sea: 
$$\frac{\partial^2 B}{\partial x^2} = \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 B}{\partial t^2} \quad (7)$$

Las ecuaciones (6) y (7) pueden escribirse así:

$$\frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = \frac{1}{\epsilon_0 \mu_0} \frac{\partial^2 E}{\partial x^2} \quad \text{y} \quad \frac{\partial^2 B}{\partial t^2} = \frac{1}{\epsilon_0 \mu_0} \frac{\partial^2 B}{\partial x^2} \quad (8)$$

Estas ecuaciones son análogas a la llamada "ecuación general de la onda", que tiene la forma:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \quad (9)$$

donde  $v$  es la velocidad de la onda y  $f$  es la amplitud de la perturbación de la onda.

### 1.3. Propagación de la energía radiante como Onda Electromagnética.

De todo ello se deduce, que el Campo Eléctrico  $\vec{E}$ , y el Campo Magnético  $\vec{B}$ , varían en el espacio y en el tiempo según una variación ondulatoria armónica que se propaga con una velocidad, dada por:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \quad (10)$$

Al sustituir en esta expresión los valores de  $\epsilon_0$  y  $\mu_0$  correspondientes al vacío:

$$\epsilon_0 = 8'85418 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2$$

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Wb/A} \cdot \text{m}$$

resulta para la velocidad del movimiento ondulatorio electromagnético el valor:

$$c = 2'997929 \cdot 10^8 \text{ m/s} \approx 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

Se puede afirmar por tanto, que los campos eléctrico y magnético en cada punto del espacio y para cualquier instante, pueden ser determinados por las ecuaciones del movimiento ondulatorio que son soluciones de las ecuaciones diferenciales anteriores:

$$E = E_0 \text{ sen } k(x - ct) \quad (11)$$

$$B = B_0 \text{ sen } k(x - ct)$$

donde  $E_0$  y  $B_0$  son los valores máximos de los campos. La constante  $k$  tiene el valor de  $k = 2\pi/\lambda$ , siendo  $\lambda$  la longitud de onda y  $c$  (velocidad de la onda) es  $c = \lambda/T = \lambda n$  siendo  $T$  el período y  $n$  la frecuencia.

La velocidad de propagación de ambos campos,  $c$ , coincide con la velocidad de propagación de la luz en el vacío, lo que permitió concluir que la luz y la energía radiante en general, es en realidad, una onda electromagnética, que se propaga en el vacío sin soporte material.

Si se toman las derivadas parciales de las ecuaciones (11), se encuentra:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial E}{\partial x} &= E_0 k \cos k(x - ct) \\ -\frac{\partial B}{\partial t} &= -B_0 (-kc) \cos k(x - ct) \end{aligned} \right\} \text{ igualando según indica (5) y simplificando}$$

$$E_0 k \cos k(x - ct) = -B_0 (-kc) \cos k(x - ct) \quad \rightarrow \quad E_0 = B_0 c$$

y sustituyendo las ecuaciones (11) queda:  $\frac{E_0}{B_0} = \frac{E}{B} = c \quad (12)$

Es decir, en cualquier instante, *la relación del campo eléctrico al campo magnético de una onda electromagnética es igual a la velocidad de la luz.*

Un análisis detallado del razonamiento de Maxwell nos permitiría concluir además, que las ondas electromagnéticas son ondas transversales en las que  $\vec{E}$  y  $\vec{B}$  son perpendiculares entre sí y a su vez, son perpendiculares a la dirección de propagación de la onda, tal y como se aprecia en la fig.2. El análisis citado será desarrollado a lo largo del tema.

En la figura se observa que el campo eléctrico  $\vec{E}$  y el campo magnético  $\vec{B}$  están en coincidencia de fase, alcanzando el valor máximo y el valor mínimo al mismo tiempo.

po. Ambos campos no son independientes, ya que sus valores instantáneos están relacionados entre sí por la expresión (12):

$$E = c.B$$

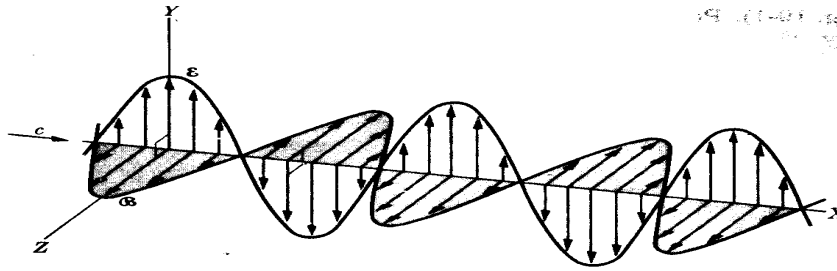


FIG. 2

Podemos explicar ahora el mecanismo de propagación de la onda electromagnética del siguiente modo; si en un punto del espacio existe un campo eléctrico que varía con una cierta frecuencia con el tiempo, la tercera ecuación de Maxwell nos indica que los campos magnéticos son originados tanto por corrientes eléctricas verdaderas, como por campos eléctricos variables y asegura que, en las proximidades del campo eléctrico, se induce un campo magnético variable con el tiempo, de la misma frecuencia que el campo eléctrico.

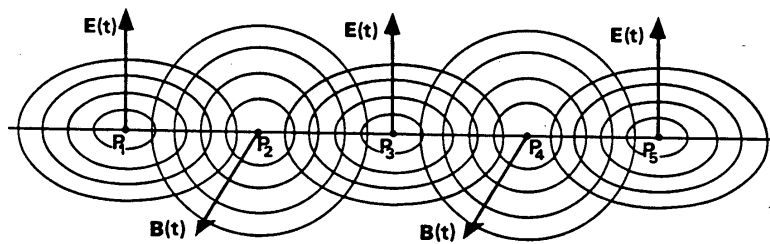


FIG. 3

En la fig.3 se ilustra que la existencia de un campo eléctrico variable en un punto  $P_1$ , crea en  $P_2$  un campo magnético variable. Como la cuarta ecuación de Maxwell nos indica, que un campo magnético variable, crea a su alrededor un campo eléctrico variable y de la misma frecuencia, en un punto  $P_3$ , próximo a  $P_2$  se creará por inducción un campo eléctrico variable y así sucesivamente. El campo eléctrico inicial se transmite de un punto a otro gracias al campo magnético inducido y viceversa.

## 2. PRODUCCIÓN DE ONDAS ELECTROMAGNÉTICAS

Hemos visto en el punto anterior la necesidad de la existencia de las ondas electromagnéticas como una consecuencia directa de las ecuaciones de Maxwell, así como sus características físicas, velocidad, frecuencia, longitud de onda, período, amplitud, etc. y su coincidencia con las características de la luz y la energía radiante.

A continuación estudiaremos la generación experimental de ondas electromagnéticas, la interpretación y el estudio de los mecanismos utilizados para ello y su coincidencia con la teoría de Maxwell.

Una carga eléctrica que se encuentre en movimiento crea a su alrededor un campo electromagnético cuyas componentes eléctrica y magnética son perpendiculares entre sí, como ya se ha visto anteriormente. Si el movimiento de la carga es uniforme, el campo

electromagnético decrece por detrás de ella al moverse, mientras que aumenta por delante de ella, en la misma proporción.

Puede demostrarse que no existe un flujo neto de energía en la dirección en que se mueve la carga. Ésta transporta consigo el campo y por tanto su energía permanece constante. Una carga en movimiento uniforme no irradia energía y no genera ondas electromagnéticas.

Ahora bien, si el movimiento de la carga es acelerado, el campo decrece por detrás de la carga en una cantidad menor de lo que aumenta por delante de ella, ya que la velocidad con la que la carga se mueve está aumentando. En este caso es necesario transferir al espacio, cierta cantidad de energía, de modo que pueda establecerse el campo. Las cargas eléctricas al ser aceleradas, irradian constantemente energía a su alrededor y la transmisión de esta energía constituye la onda electromagnética.

La culminación de la síntesis electromagnética es debida a Hertz. Él fue el verdadero descubridor de las ondas electromagnéticas. Su estudio está en perfecta concordancia con las ecuaciones de Maxwell propuestas con antelación al descubrimiento de las ondas por Hertz.

Haremos un análisis de la producción de ondas electromagnéticas.

### 2.1. Energía del Campo Eléctrico.

Todo campo eléctrico almacena energía que se interpreta como procedente del trabajo realizado para acumular en un punto del espacio, la carga eléctrica creadora del campo.

Consideremos un condensador plano cuyo campo eléctrico viene dado por la expresión  $E = \frac{Q}{\epsilon S}$ . Dicho campo es prácticamente uniforme y sólo depende de la densidad superficial de carga de las placas y del medio interpuesto entre ellas.

En el instante inicial, el condensador descargado ( $q=0$ ) no crea campo ( $E=0$ ) y la primera porción de carga  $dq$  que entra en las placas se realiza sin trabajo. Nuevas porciones de carga  $dq$  llegan al condensador, para lo que se requiere un trabajo  $dW$ , pues la carga  $q$  ya instalada en el condensador, crea un potencial que le producirá fuerza de repulsión. Dicho trabajo se almacena como energía del campo eléctrico y se expresa de la siguiente forma:

$$dW = V \cdot dq = \frac{q}{C} dq \quad \text{integrando} \quad W = \int dW = \frac{1}{C} \int_0^Q q \cdot dq = \frac{1}{2} \cdot \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} C \cdot V^2 \quad (13)$$

En el caso del condensador plano, como campo eléctrico más simple que se puede presentar, se cumple que su capacidad es:  $C = \frac{\epsilon S}{d}$  y la carga total acumulada en las armaduras es:  $Q = \epsilon S E = \epsilon E S$  luego la energía total acumulada será:

$$W_E = \frac{1}{2} \cdot \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\epsilon^2 E^2 S^2}{\epsilon S/d} = \frac{1}{2} \epsilon E^2 S d = \frac{1}{2} \epsilon E^2 v \quad (14)$$

y la densidad de energía, definida como la energía por unidad de volumen, vendrá dada por:

$$u_E = \frac{W_E}{v} = \frac{1}{2} \epsilon E^2 \quad (15)$$



## 2.2. Energía del Campo Magnético.

Análogamente, en todo espacio donde exista un campo magnético, hay también almacenada una energía, que procede del trabajo realizado en el desplazamiento de las cargas eléctricas (corriente) creadoras del campo magnético.

Consideremos un solenoide alimentado por una corriente eléctrica originada por una fuerza electromotriz  $\mathcal{E}$ . La energía que en él se consume es, en parte, por efecto Joule debido a la resistencia óhmica del circuito, y en parte, por crear un flujo magnético a través del solenoide. El balance de energía es:

$$\text{Energía de la FEM} = \text{Energía en Resistencia} + \text{Energía en la FCEM}$$

$$\mathcal{E} Idt = I^2 Rdt - \mathcal{E}' dq$$

Considerando la ley de Faraday para la Fuerza Contraelectromotriz del solenoide, formador del campo magnético:

$$\mathcal{E}' = -\frac{d\Phi}{dt} \quad \text{resulta:} \quad \mathcal{E} Idt = I^2 Rdt + \frac{d\Phi}{dt} dq \quad \text{y como} \quad \frac{dq}{dt} = I$$

$$\text{resulta:} \quad \mathcal{E} Idt = I^2 Rdt + Id\Phi \quad (16)$$

Si consideramos en el solenoide, que el flujo magnético es proporcional a la corriente eléctrica que lo alimenta, escribiremos:  $\Phi = LI$  que escribiremos:  $\mathcal{E}' = -L \frac{dI}{dt}$ , donde la constante de proporcionalidad es el coeficiente de autoinducción (se mide en Henrios). Diferenciando la ecuación tenemos:  $d\mathcal{E}' = -L dI$  y sustituyendo:

$$\mathcal{E} Idt = I^2 Rdt + LI dI$$

El término  $LI dI$  es la energía que se emplea en crear el campo magnético durante el tiempo  $dt$  durante el cual la intensidad se incrementa en  $dI$ . Por tanto la energía total del campo magnético será:

$$W_M = \int_0^I LI dI = L \int_0^I I dI = \frac{1}{2} LI^2 \quad (17)$$

Como el valor del coeficiente de autoinducción  $L$  para un solenoide viene dado por  $L = \frac{\mu N^2 S}{l}$  siendo  $N$ =número de espiras,  $S$ =sección y  $l$ =longitud del solenoide, y el valor de la Intensidad del Campo Magnético  $B$  en su interior (suponiéndolo suficientemente largo para disminuir la dispersión en los extremos) es  $B = \mu NI/l$  sustituyendo  $L$  en la expresión de la energía, resulta:

$$W_M = \frac{1}{2} \mu \frac{N^2 S}{l} I^2 = \frac{1}{2} \left( \frac{\mu^2 N^2 I^2}{l^2} \right) \frac{S l}{\mu} = \frac{1}{2} \cdot \frac{B^2}{\mu} v \quad (18)$$

luego la densidad de energía magnética o sea, la energía magnética por unidad de volumen, vendrá dada por la expresión:

$$u_M = \frac{W_M}{v} = \frac{1}{2} \cdot \frac{B^2}{\mu} \quad (19)$$

que presenta ciertas analogías con la correspondiente al campo eléctrico, considerando el carácter inverso de las constantes  $\epsilon$  y  $\mu$  del medio.

Este resultado, deducido para el solenoide, puede generalizarse a todo el espacio en el que exista un campo magnético, por lo que dicho espacio acumulará una energía magnética.

### 2.3. El circuito oscilante.

La frecuencia de las corrientes alternas depende de la velocidad de la espira o bobina generadora de la FEM inducida, que constituye el núcleo móvil del alternador. La velocidad angular con que gira este rotor, tiene un límite, por encima del cual no puede aumentarse y por consiguiente la corriente alterna generada por estos aparatos tiene una frecuencia límite correspondiente a esta velocidad angular.

Para generar corrientes de alta frecuencia, por encima de este límite impuesto por los aparatos mecánicos recurrimos a aparatos electrónicos. El generador de corrientes alternas de alta frecuencia más sencillo es el circuito oscilante. Está formado por un condensador y una autoinducción conectadas en serie sin ningún otro elemento activo ni pasivo, excepto aquel que origina la carga inicial del condensador.

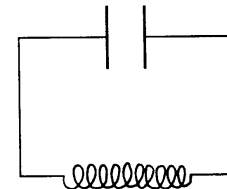


FIG. 4

El condensador almacena energía eléctrica y la autoinducción almacena energía magnética, alcanzándose entre ambos un equilibrio dinámico que vamos a describir paso a paso. Supongamos que el condensador se encuentra inicialmente cargado con una carga  $q$  como se indica en la fig.5.

a) Entre las placas del condensador se produce una diferencia de potencial que engendra un campo eléctrico  $E$  y se comporta como un generador de FEM dando lugar en el circuito cerrado, a una corriente  $I$  al mismo tiempo que se descarga el condensador (a→b). La carga decreciente del condensador da lugar a una corriente eléctrica creciente que alcanza su punto máximo cuando el condensador pierde totalmente su carga y esta corriente produce en la autoinducción  $L$  un campo magnético igualmente creciente. La energía almacenada en la autoinducción es nula en (a) y máxima en (b) cuando la corriente  $I$  es máxima, momento en el que el condensador está totalmente descargado.

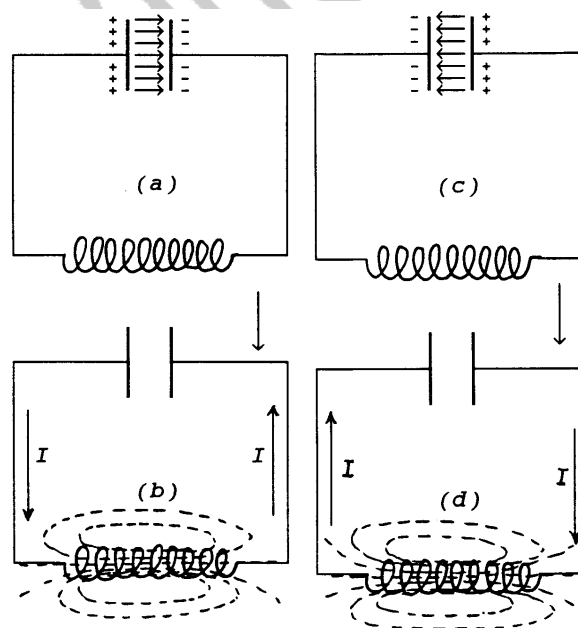


FIG. 5

b) La corriente debería de desaparecer, y con ella el campo magnético, al ser nula la diferencia de potencial que la produce pues la carga del condensador ha desaparecido. La disminución paulatina del campo magnético crea una FEM autoinducida que genera una corriente de igual sentido, aunque de intensidad decreciente (b→c), corriente que carga al condensador con polaridad opuesta (c) y cuando desaparece totalmente el campo magnético, el condensador ha adquirido la carga máxima.



c) Nuevamente el condensador, al no estar sometido a d.d.p. externa, pues ha desaparecido la FEM inducida, se descarga nuevamente creando una corriente de sentido contrario (opuesta a la anterior) creciente hasta un máximo que coincide con la total descarga del condensador (c→d), creando un campo magnético máximo en ese momento (d). La autoinducción almacena nuevamente la energía magnética que antes almacenaba el condensador como energía eléctrica.

d) La autoinducción, otra vez, al no estar alimentada por la d.d.p. generada por la descarga del condensador (ya descargado), pierde el campo magnético que desaparece, por lo que actúa como FEM inducida creando una corriente de sentido horario (d), aunque decreciente, que nuevamente carga al condensador con la polaridad inicial (a) y se inicia nuevamente el ciclo de la oscilación.

La representación gráfica en diagramas  $q/t$  y  $I/t$  de la carga oscilante que se genera en el condensador y la corriente variable que se origina en el circuito oscilante se representa en la figura 6.

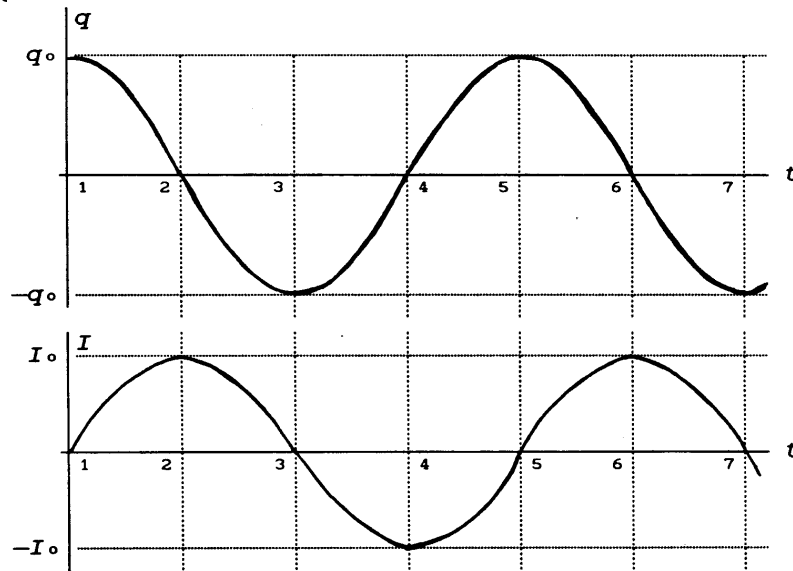


FIG.6

### 2.3.1. Condiciones de no amortiguamiento.

El tiempo que tarda en producirse un ciclo completo se llama período  $T$  de una oscilación, pues esta "oscilación eléctrica" no es más que la conversión alternativa de energía inicialmente eléctrica almacenada en el condensador, en energía magnética en la autoinducción y luego en energía eléctrica nuevamente y así sucesivamente, proceso que se prolongará indefinidamente sin pérdida de energía, solamente en el caso ideal de que:

a) No exista resistencia óhmica alguna en los conductores, que produzca pérdidas de energía por calor debido al efecto Joule.

b) No exista imantación remanente ni fenómenos de histéresis magnética en los núcleos de hierro de la bobina.

c) No exista radiación ni dispersión al exterior del campo eléctrico en el condensador ni del campo magnético en la bobina o autoinducción, lo que se conseguirá sólo con un condensador extraordinariamente estrecho y una bobina cerrada sobre sí misma en forma toroidal.

Es evidente que estas condiciones ideales no se pueden cumplir plenamente y en cada oscilación se producirá una pérdida de energía originándose una oscilación amortiguada. Fig.7.

Para poder compensar las pérdidas de energía producidas y lograr oscilaciones de amplitud estacionaria es necesario adicionar al circuito oscilante, en cada periodo, la energía que se pierde, mediante algún sistema automático y conseguir así oscilaciones entretenidas o mantenidas.

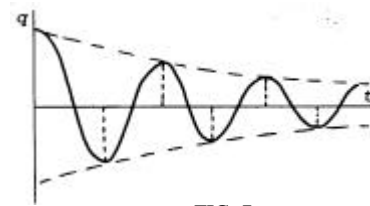


FIG. 7

Este circuito adicional que suministra la energía que se pierde en cada período, constituye la fuente de alimentación del circuito oscilante y permite controlar y modular la energía perdida, especialmente por radiación, lo que será de gran interés en radiocomunicaciones.

### **2.3.2. Energía del oscilador. Frecuencia de la oscilación.**

La energía que almacena el condensador del circuito oscilante cuando posee una carga determinada  $q$  y la energía que almacena la bobina cuando circula una corriente  $I$  serán respectivamente:

$$W_E = \frac{1}{2} \cdot \frac{q^2}{C} \quad \text{y} \quad W_M = \frac{1}{2} \cdot L \cdot I^2$$

Una energía se convierte en la otra y viceversa, a medida que se produce la oscilación. La energía total de ambos elementos, en el caso ideal de que no existan pérdidas de energía por ninguna de las causas mencionadas anteriormente, vendrá dada por:

$$W_T = \frac{1}{2} \cdot \frac{q^2}{C} + \frac{1}{2} L \cdot I^2 = cte$$

y derivando respecto del tiempo, resulta:

$$\frac{q}{C} \cdot \frac{dq}{dt} + L \cdot I \frac{dI}{dt} = 0$$

y simplificando  $I=dq/dt$  tendremos:

$$\frac{q}{C} + L \frac{dI}{dt} = 0 \quad \rightarrow \quad L \frac{d^2 q}{dt^2} + \frac{1}{C} q = 0 \quad \rightarrow \quad \frac{d^2 q}{dt^2} = -\frac{1}{LC} q \quad (20)$$

que escribiremos de la siguiente forma:

$$\frac{d^2 q}{dt^2} = -\frac{1}{LC} q \quad (21)$$

que es la ecuación diferencial de una oscilación o movimiento armónico simple, cuya forma general es del tipo  $a = \frac{d^2 x}{dt^2} = -kx$ , en la que la derivada segunda de la magnitud oscilante  $q$  es proporcional y opuesta a la propia magnitud oscilante  $q$  y cuya solución es del tipo:

$$q = Q \cos \omega t = Q \cos 2\pi n t \quad (22)$$

siendo:  $k = \omega^2 = (2\pi n)^2$ . Por otra parte:  $\omega^2 = 1/LC$  o sea  $2\pi^2 n^2 = 1/LC$  entonces, obtenemos para la frecuencia de la oscilación la siguiente expresión:

$$n = \frac{1}{2\pi \sqrt{LC}} \quad (23)$$

que coincide con la frecuencia de resonancia de un circuito de corriente alterna y se llama "frecuencia natural de oscilación".

El valor máximo de la carga del condensador es la carga inicial  $Q$  y fluctúa entre  $+Q$  y  $-Q$  según la frecuencia anterior, que depende de las constantes  $L$  y  $C$  del circuito.

La intensidad de corriente, también oscilante, de frecuencia  $n$  viene dada por:

$$I = -\frac{dq}{dt} = -\frac{d}{dt}(Q \cos 2\pi n t) = 2\pi n Q \sin 2\pi n t = I_0 \sin 2\pi n t$$

(el signo negativo significa que  $I$  tiene el sentido de la disminución de  $Q$ ). La corriente  $I$  está desfasada  $\frac{\pi}{2}$  respecto a la carga del condensador como muestra la fig.6, donde  $I_0=2\pi n Q$  es el valor máximo de la intensidad.

Desde el punto de vista energético, el fenómeno consiste en la conversión de energía eléctrica acumulada en el condensador por descarga de éste, en energía magnética de la autoinducción y ésta, por desaparición progresiva del campo magnético, en energía eléctrica del condensador, que se carga nuevamente y así sucesivamente, de manera indefinida, si no existieran pérdidas de energía.

Como existen dichas pérdidas de energía, fundamentalmente debidas al efecto Joule en la resistencia del circuito, se producen oscilaciones amortiguadas. La FEM que produce el condensador cargado  $q/C$  es igual a la FEM autoinducida en la bobina, más la caída de potencial en la resistencia óhmica, o sea:

$$\frac{q}{C} = L \frac{dI}{dt} + IR \quad \text{sustituyendo } I = -\frac{dq}{dt} \text{ y } \frac{dI}{dt} = -\frac{d^2q}{dt^2} \text{ resulta:}$$

$$L \frac{d^2q}{dt^2} + R \frac{dq}{dt} + \frac{1}{C}q = 0 \quad \rightarrow \quad \frac{d^2q}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dq}{dt} + \frac{1}{LC}q = 0$$

cuya solución, para el caso de que  $R$  no sea demasiado grande es:

$$q = \frac{n_0}{n_1} Q \cdot e^{-R \cdot t / 2L} \cos(2\pi n_1 t + j) \tag{24}$$

donde:  $n_0 = \frac{1}{2p\sqrt{LC}}$  y  $n_1 = \frac{1}{2p} \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}$  y siendo  $\cos j = \frac{n_1}{n_0}$

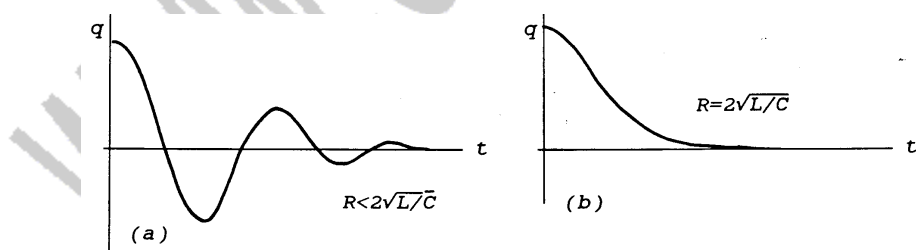


FIG.8

La amplitud de la ecuación (24) dada por la expresión:

$$\frac{n_0}{n_1} Q \cdot e^{-R \cdot t / 2L}$$

no es constante a causa del factor exponencial:

$$e^{-R \cdot t / 2L}$$

que se convierte en 1 para  $R=0$  dando lugar a las oscilaciones mantenidas. Si  $R$  tiene el valor  $R = 2\sqrt{L/C}$  resultará  $n_1=0$  y la descarga deja de ser oscilante y se produce el amortiguamiento crítico, representado en la fig.8, (b).

### 3. RADIACIÓN ELECTROMAGNÉTICA

#### 3.1. El emisor ideal de ondas electromagnéticas.

En el circuito oscilante, si no hay pérdidas por histéresis magnética, la energía eléctrica almacenada en el condensador o la energía magnética almacenada en la autoinducción, vuelve reversiblemente al circuito cuando el condensador se descarga o cuando cesa la corriente en la bobina, respectivamente, siempre que estas oscilaciones tengan lugar lentamente.

Si las condiciones del circuito ( $L$  y  $C$  bajos) dan lugar a una elevada frecuencia de oscilación, significa un rápido cambio en los campos eléctrico y magnético y no toda la energía vuelve al circuito sino que parte de ella es radiada al exterior en forma de energía electromagnética radiante. En realidad, cualquier generador de corriente alterna es también un generador de ondas electromagnéticas, que es la forma en que esta energía escapa al exterior. De forma generalizada, toda carga acelerada es emisora de energía radiante y la corriente alterna o el circuito oscilante no son más que mecanismos aceleradores de cargas y por consiguiente, emisores de ondas electromagnéticas.

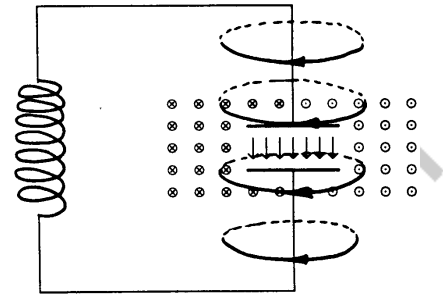


FIG. 9

En el circuito oscilante, la energía del campo eléctrico casi no escapa del condensador, cuando éste tiene las láminas muy juntas, pues el campo eléctrico está limitado al espacio entre las armaduras del condensador. Por él no circula corriente, aunque aparentemente lo haga, por lo que Maxwell llamó *corriente de desplazamiento  $D$* , a la corriente ficticia que da la impresión de cerrar el circuito a través del condensador. Por ella, se crea un campo magnético como el representado en la fig.9.

Al separar las armaduras del condensador hay una mayor dispersión de los campos y mayor emisión de energía, hasta llegar a la separación total (fig.10). A continuación se sustituye la armadura inferior por una conexión a tierra y la armadura superior se convierte en una emisora (antena) de ondas electromagnéticas (fig.11). La radiación de energía al exterior fue predicha en la teoría de Maxwell (1864) y realizada experimentalmente por Hertz (1887) quien puso en marcha un circuito oscilante abierto y envió ondas electromagnéticas a 5'5 Km de distancia.

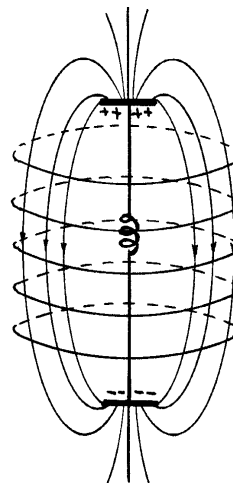


FIG.10

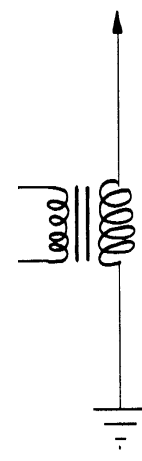


FIG. 11

La eficacia del circuito oscilante como emisor de ondas electromagnéticas depende de su geometría y de sus constantes eléctricas. Con el circuito oscilante abierto de la fig.11, la capacidad del condensador disminuye considerablemente y la autoinducción disminuye también al reducir el número de espiras de la bobina. La frecuencia se eleva y se obtienen las condiciones favorables para la emisión electromagnética.

Teóricamente, un emisor ideal de ondas electromagnéticas está constituido por un conductor rectilíneo con un generador u oscilador de elevada frecuencia, como se indica en la fig.12. Las dos mitades a y b cargadas positiva y negativamente en ese instante, crean un campo eléctrico que se propaga al exterior. Cuando el generador cambia de polaridad, cambia igualmente el sentido del campo eléctrico.

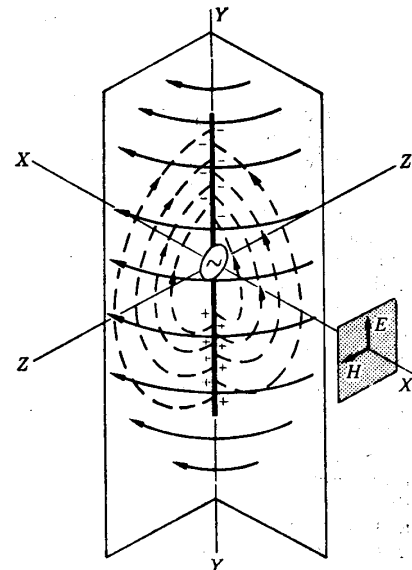


FIG. 12

Cada inversión de la polaridad genera movimientos de cargas y la corriente que da lugar crea un campo magnético cuyas líneas cerradas centradas en el conductor, están dibujadas, fig.12, en un determinado sentido; cuando en cada inversión, la corriente cambie de sentido, cambiará igualmente el sentido del campo magnético. Se considera este mecanismo como un dipolo oscilante. En cualquier punto a lo largo del eje X o Y mirando hacia el conductor, los campos E y B son perpendiculares entre sí y perpendiculares al eje, paralelamente al cual se propaga la onda electromagnética.

Cerca del conductor-generador de estas ondas, los campos E y B (o H) se presentan desfasados un ángulo de fase  $\pi/2$ , pues cuando el condensador está cargado ( $E=máx$ ) la corriente es nula ( $B=0$ ) y si el condensador tiene carga nula ( $E=0$ ), la corriente de descarga es máxima y crea el campo magnético ( $B=máx$ ). Fig.13.

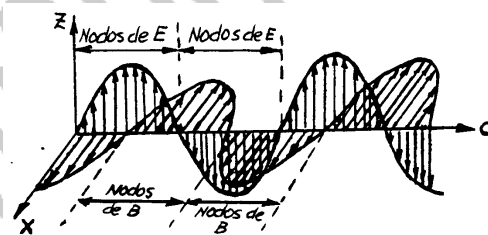


FIG. 13

Lejos del generador de ondas, los campos eléctrico y magnético se presentan en concordancia de fase, aunque su posición mutua en el espacio no varía, o sea, E sigue siendo paralelo al conductor-generador (antena) y B perpendicular a él. Las razones de este cambio en el desfase de los campos son complejas para exponerlas aquí. Fig.14.

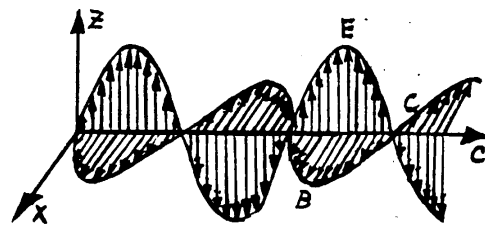


FIG. 14

Se utiliza frecuentemente el *vector intensidad del campo magnético* o "*Excitación Magnética*" definido por la relación siguiente:

$$\vec{H} = \frac{\nu}{m} \vec{B} \quad (25)$$

que se mide en Amperio por metro, (A.m).

En estas condiciones, llamamos frente de onda a la superficie en cuyos puntos el campo eléctrico E presenta la misma fase o estado de oscilación. Igual se puede decir del campo magnético B, y toda línea perpendicular a dicho frente en el sentido de la propagación, se llama rayo.

La fig.14 representa la onda electromagnética a cierta distancia del generador, donde los frentes de onda se pueden considerar como superficies planas. Los vectores  $\vec{E}$  y  $\vec{B}$  (o  $\vec{H}$ ) indican los valores de los campos eléctrico y magnético respectivamente y sus sentidos, y avanzan en su propagación en el vacío a una velocidad constante de:

$$c = 2'997929 \cdot 10^8 \text{ m/s} \cong 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

Los sentidos relativos de los vectores  $\vec{E}$  y  $\vec{B}$  (o  $\vec{H}$ ) con el vector velocidad  $\vec{c}$  son los representados en la fig.15. La longitud de onda  $\lambda$  de la onda electromagnética es la distancia que separa dos superficies contiguas donde el campo eléctrico (o magnético) es máximo.

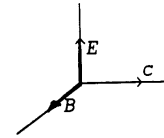


FIG. 15

### 3.2. Velocidad de propagación de las ondas electromagnéticas.

La teoría electromagnética de Maxwell predijo que un circuito oscilante abierto se comporta como un emisor de ondas electromagnéticas y la velocidad de esta propagación coincidió con los resultados experimentales obtenidos posteriormente por Hertz que construyó el primer emisor de O.E.M. y con los resultados obtenidos, por métodos diversos en la medición de la velocidad de la luz.

Para determinar la velocidad de la onda electromagnética, consideraremos la Ley de Faraday (2ª ecuación de Maxwell), escrita en su forma integral:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{r} = -\frac{\partial \Phi}{\partial t} \quad (26)$$

donde consideraremos al vector inducción magnética  $\vec{B}$  o campo magnético normal al campo eléctrico  $\vec{E}$  y una superficie de área  $S$  y contorno  $l$ , atravesada por flujo magnético, tal que:

$$\Phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = B \cdot S = \mathbf{m}H \cdot S$$

luego: 
$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{r} = -\mathbf{m} \frac{\partial H}{\partial t} \quad (27)$$

Consideremos la ecuación del teorema circuital de Ampère:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{r} = \mathbf{m} \quad \text{o bien} \quad \oint \vec{H} \cdot d\vec{r} = I \quad (28)$$

Teniendo en cuenta que por la ley de Gauss, el flujo eléctrico creado por una carga a través de una superficie  $S$  es:

$$E \cdot S = \frac{q}{\mathbf{e}}$$

luego la carga se expresará:  $q = \mathbf{e} \cdot E \cdot S$

y si la carga circula a través de la superficie  $S$ , limitada por el contorno  $l$ , generará una corriente  $I$  tal que:

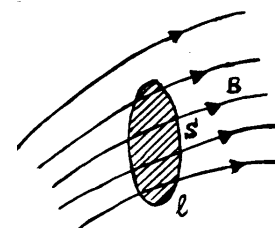


FIG. 16

$$I = \frac{dq}{dt} = \mathbf{e} \cdot S \cdot \frac{dE}{dt} \quad \text{y sustituyendo en (28) resulta:} \quad \oint \vec{H} \cdot d\vec{r} = \mathbf{e} \cdot S \cdot \frac{dE}{dt} \quad (29)$$

Las ecuaciones (27) y (29) tienen forma semejante y presenta una cierta simetría.

Consideremos un elemento  $\mathbf{Dx}$  en la línea de propagación de la onda electromagnética, donde los campos  $\vec{E}$  y  $\vec{B}$  (o  $\vec{H}$ ) son perpendiculares y situados en los ejes  $Y$  y  $Z$  respectivamente mientras la onda se propaga a lo largo del eje  $X$ . Fig.17.



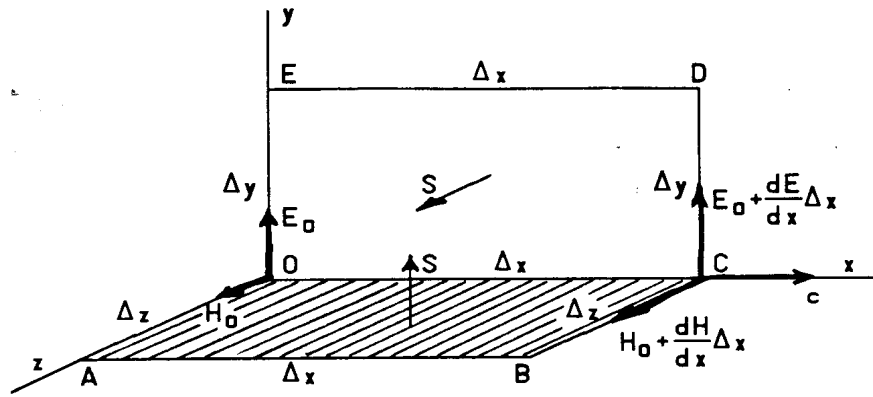


FIG.17

En el punto O, inicio del elemento, los campos eléctrico y magnético, de la onda tienen los valores  $E_0$  y  $H_0$  y en el punto C, final del elemento, los campos se han incrementado a los valores:

$$E_0 + \frac{dE}{dx} \Delta x \quad \text{y} \quad H_0 + \frac{dH}{dx} \Delta x$$

Calculando la integral curvilínea, según la ecuación (29), del vector  $\vec{H}$  a lo largo del contorno cerrado OABCO de la fig.17, que limita la superficie  $S$ , resulta:

$$H_0 \cdot \Delta z - \left( H_0 + \frac{dH}{dx} \Delta x \right) \Delta z = -\frac{dH}{dx} \Delta x \cdot \Delta z = -\frac{dH}{dx} S$$

pues los lados AB y CO no contribuyen a la integral por ser perpendiculares a  $\vec{H}$ , resultando finalmente, considerando (29):

$$-\frac{dH}{dx} S = \mathbf{e} \cdot \mathbf{S} \cdot \frac{dE}{dt} \quad \rightarrow \quad \frac{dH}{dx} = -\mathbf{e} \cdot \frac{dE}{dt} \quad (30)$$

Análogamente, considerando la integral curvilínea, según (27) de  $\vec{E}$  a lo largo del contorno cerrado OCDEO, de igual área  $S$ , tendremos:

$$\left( E_0 + \frac{dE}{dx} \Delta x \right) \Delta y - E_0 \cdot \Delta y = \frac{dE}{dx} \Delta x \cdot \Delta y = \frac{dE}{dx} S$$

(Hemos de considerar que el seguimiento de los contornos OABCO y OCDEO determina el sentido positivo del área  $S$  que encierra, por seguir la regla del sacacorchos). Igualmente los lados OC y DE no contribuyen a la integral, por ser perpendiculares al campo  $\vec{E}$ , resultando finalmente:

$$-\frac{dE}{dx} S = -\mathbf{m} \cdot \mathbf{S} \cdot \frac{dH}{dt} \quad \rightarrow \quad \frac{dE}{dx} = -\mathbf{m} \cdot \frac{dH}{dt} \quad (31)$$

Derivando (30) con respecto a  $x$  y (31) con respecto a  $t$  resulta:

$$\frac{d^2 H}{dx^2} = -\mathbf{e} \cdot \frac{d}{dx} \left( \frac{dE}{dt} \right) \quad \text{y} \quad \frac{d}{dt} \left( \frac{dE}{dx} \right) = -\mathbf{m} \cdot \frac{d^2 H}{dt^2}$$

y como:  $\frac{d}{dt} \left( \frac{dE}{dx} \right) = \frac{d}{dx} \left( \frac{dE}{dt} \right)$  resulta:  $\frac{d^2 H}{dx^2} = \mathbf{em} \cdot \frac{d^2 H}{dt^2}$  o bien

$$\frac{d^2 H}{dt^2} = \frac{1}{\mathbf{em}} \left( \frac{d^2 H}{dx^2} \right) \quad (32)$$

Análogamente si derivamos (30) con respecto a  $t$  y (31) con respecto a  $x$ , resulta:

$$\frac{d^2 E}{dt^2} = \frac{1}{\mathbf{em}} \left( \frac{d^2 E}{dx^2} \right) \quad (33)$$

Recordando la ecuación de D'Alembert del movimiento ondulatorio, con velocidad  $v$ , de una perturbación  $\mathbf{y}$  que se propaga en un medio:

$$\frac{d^2 \mathbf{y}}{dt^2} = v^2 \left( \frac{d^2 \mathbf{y}}{dx^2} \right)$$

resulta:  $v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon \mu}}$  y para el vacío:  $v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$  (34)

Las ecuaciones anteriores indican que  $\vec{H}$  y  $\vec{E}$  varían con el tiempo y el espacio según una variación ondulatorio. Esta onda es polarizada en un plano y no requiere de ningún manantial de campos eléctrico o magnético externos pues es automantenida, es decir, el campo magnético variable genera al campo eléctrico y el campo eléctrico variable genera el campo magnético, lo que explica la concordancia de fase de las ondas de  $\vec{B}$  y  $\vec{E}$  observada en la fig.14.

Mediante el desarrollo anterior, a partir de las ecuaciones de Maxwell, hemos deducido que la velocidad de las ondas electromagnéticas en el vacío viene dada por la expresión (34) donde:

$$\epsilon_0 = 8'85418 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2 / \text{N} \cdot \text{m}^2 \quad (\text{Constante dieléctrica del vacío})$$

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ N} \cdot \text{s}^2 / \text{C}^2 \quad (\text{Permeabilidad magnética del vacío})$$

resultando:  $c = 2'997929 \cdot 10^8 \text{ m/s} \cong 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$

Los esfuerzos experimentales se han encaminado a medir la velocidad de la luz por muy diversos métodos y han dado resultados concordantes, hasta lo que permite la precisión de los instrumentos, con el valor obtenido teóricamente a partir de las ecuaciones de Maxwell.

### 3.3. Energía de una onda electromagnética.

Como todo Movimiento Ondulatorio, la onda electromagnética transporta energía. Para el cálculo de la energía transportada, recordemos que las densidades de energía del campo eléctrico y del campo magnético, vienen dadas por:

$$u_E = \frac{1}{2} \epsilon E^2 \quad \text{y} \quad u_M = \frac{1}{2} \cdot \frac{B^2}{\mu} = \frac{1}{2} \mu H^2$$

y como en la onda la vibración eléctrica y magnética están en perfecto equilibrio, sus valores son proporcionales entre sí, las densidades de energía de ambos campos son idénticas, pues uno de los campos engendra al otro, cumpliéndose:

$$\epsilon E^2 = \mu H^2$$

y la densidad de energía total de la onda será la suma de ambos campos:

$$u = \frac{1}{2} \epsilon E^2 + \frac{1}{2} \mu H^2 = \epsilon E^2$$

o bien  $u = \frac{1}{2} \epsilon E^2 + \frac{1}{2} \mu H^2 = \mu H^2$

multiplicando ambas:  $u^2 = \epsilon \mu E^2 H^2 \rightarrow u = \sqrt{\epsilon \mu} E H = \frac{E H}{v}$  (35)

### 3.3.1. Vector de Poynting o Intensidad de radiación.

Esta última expresión es la energía transportada por unidad de volumen, o *densidad de energía*. Resulta más útil definir la energía electromagnética que atraviesa la unidad de superficie perpendicular a la dirección de propagación, en la unidad de tiempo, o sea, *la potencia por unidad de superficie normal a la dirección de propagación*, y que se designa por el vector  $\vec{S}$ . Para ello consideraremos un elemento de volumen (fig.18) cilíndrico de área  $dA$ , perpendicular a la dirección de propagación de la onda (eje Y). El plano de la superficie  $dA$  contiene a los vectores  $\vec{E}$  y  $\vec{H}$  de la onda. La longitud del cilindro es  $v \cdot dt$ , es decir, la longitud del cilindro es el espacio recorrido en el tiempo diferencial  $dt$ , y la energía contenida en dicho cilindro elemental, será:

$$d^2 E_T = u \cdot d^2 V = \frac{EH}{v} v \cdot dt \cdot dA = EH \cdot dt \cdot dA$$

dicha energía contenida en el cilindro es la que atravesará la superficie  $dA$  en el tiempo  $dt$ , luego:

$$S = \frac{d^2 E_T}{dt \cdot dA} = EH$$

La magnitud  $S$  se llama *Intensidad de radiación* o *vector de Poynting* y representa la potencia instantánea que se transporta por unidad de área. Vectorialmente, se expresa de la siguiente forma:

$$\vec{S} = \vec{E} \wedge \vec{H} = \frac{1}{m} \vec{E} \wedge \vec{B} \quad (36)$$

El vector de Poynting permite demostrar la radiación de energía en forma de ondas electromagnéticas producidas por cargas eléctricas en movimiento, según tengan:

- Movimiento uniforme y rectilíneo ó
- Movimiento acelerado.

### 3.3.2. Emisión de energía por carga con movimiento uniforme.

Comprobaremos si se emite flujo de energía en las cercanías de una carga eléctrica con movimiento rectilíneo y uniforme, considerando una esfera de radio arbitrario centrada en la carga y un punto cualquiera P donde los campos  $E$  y  $H$  son perpendiculares. La potencia energética a través de la superficie  $dA$  será:

$$dP = \vec{S} \cdot d\vec{A}$$

ya través de toda la esfera C será:

$$P = \int_C dP = \int_C \vec{S} \cdot d\vec{A} = \frac{1}{m} \int_C \vec{E} \wedge \vec{B} \cdot d\vec{A} \quad (37)$$

en este caso,  $\vec{E}$  tiene la dirección de la prolongación del radio y  $\vec{B}$  es tangente a la circunferencia que representa la línea de fuerza magnética, por lo que el producto mixto  $\vec{E} \wedge \vec{B} \cdot d\vec{A}$  es nulo en cualquier punto de la esfera pues  $\vec{E}$  y  $d\vec{A}$  son paralelos, luego la integral  $P = \oint dP$  es nula y no hay radiación de energía al exterior.

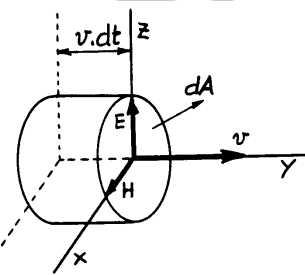


FIG. 18

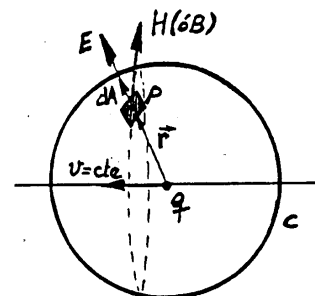


FIG. 19

### 3.3.3. Emisión de energía por carga con movimiento uniformemente acelerado.

En este caso, en que la carga  $q$  posee aceleración,  $\vec{E}$  no estará en la prolongación del radio de la esfera, pues el campo eléctrico queda deformado con la aceleración, disminuyendo en las zonas donde la carga se aleja y aumentando en las zonas donde la carga se acerca, resultando que  $\vec{E}$  y  $d\vec{A}$  no son paralelos; el producto mixto anterior no es nulo y sí existe emisión de energía radiante al exterior.

### 3.4. Momento lineal de una onda electromagnética. Efecto Compton.

Ya se ha visto que un movimiento ondulatorio supone la propagación de una perturbación de un punto del espacio a otro, sin que exista transporte neto de materia. En el movimiento ondulatorio se produce un transporte de energía y de momento lineal de un punto a otro.

Einstein, en 1905, formuló la hipótesis que sirvió para explicar el efecto fotoeléctrico. Dicha hipótesis establece que en sus interacciones con la materia, una onda electromagnética de frecuencia  $\nu$  puede ser considerada como un conjunto de partículas, *los fotones*, cada uno de ellos con una energía:

$$E = h\nu \quad (38)$$

siendo  $\nu$  la frecuencia de la radiación y  $h$  la constante de Planck.

La comprobación experimental de que el fotón posee asimismo cierto momento lineal fue llevada a cabo por A.H.Compton en 1923, quien descubrió que un haz de rayos X era dispersado cuando atravesaba una región en la que existían electrones.

Los rayos X son ondas electromagnéticas cuya frecuencia es más elevada que la de la radiación visible. La experiencia sólo se explica suponiendo que los *fotones* pueden chocar con los electrones, siendo éstos dispersados por aquellos. La particularidad del fenómeno radica en que la frecuencia de la radiación dispersada (el rayo X que resulta) es menor que la de la radiación incidente, lo que se interpreta diciendo que la energía del rayo X incidente disminuye en una cantidad de energía que cede al electrón, y el rayo X resultante posee menor energía.

Compton observó que el momento lineal comunicado al electrón es igual a la variación del momento lineal observada en el fotón incidente. Ello corrobora de nuevo la validez de los principios de conservación.

El dispositivo experimental que utilizó Compton consistía en una fuente de rayos X que atravesaba un blanco constituido por una capa de parafina. Dispuso el blanco de forma que pudiese ser bombardeado por rayos X de 0'71 Å de longitud de onda. Al realizar la experiencia y teniendo en cuenta que:

$$\mathbf{n} = \frac{c}{\lambda} \quad \text{luego} \quad E = h\mathbf{n} = h\frac{c}{\lambda}$$

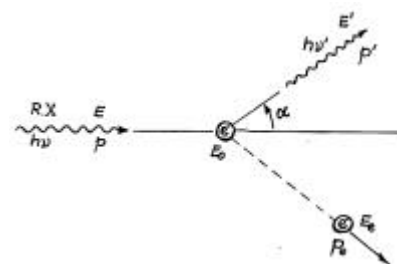


FIG. 20

la energía asociada a estos fotones resulta ser de 17'5 keV. Del resultado de la experiencia, Compton obtuvo una gran cantidad de electrones, cada uno de ellos con cierta ener-

gía y multitud de fotones dispersados en todas las direcciones. Al medir la frecuencia correspondiente a estos últimos, comprobó que era menor que la de los fotones de la radiación incidente.

Experimentalmente obtuvo el siguiente resultado:

$$\lambda' - \lambda = \lambda_c (1 - \cos \alpha) \quad (39)$$

siendo  $\lambda_c$  una constante, de valor  $\lambda_c = 2,43 \cdot 10^{-12}$  m, a la que se denomina *longitud de onda Compton* para los electrones.

Podemos representar la interacción que tiene lugar entre el fotón y el electrón mediante el esquema de la fig.20. El que la interacción fotón-electrón pueda ser considerada perfectamente elástica es debido a la elevada energía que posee el fotón frente a la energía cinética y de enlace del electrón. Debido a ello, podemos considerar que los electrones están prácticamente libres en el blanco, por lo que la interacción que tiene lugar se corresponde con un choque elástico. (*El Efecto Compton totalmente desarrollado, se encuentra en el Tema 30*).

Teniendo en cuenta el Principio de Conservación de la Energía podemos escribir:

$$E_0 + h\nu = \sqrt{E_0^2 + p^2 c^2} + h\nu' \quad (A)$$

donde:  $E_0$  es la energía del electrón en reposo,

$h\nu$  es la energía del fotón incidente,

$h\nu'$  es la energía del fotón dispersado y

$\sqrt{E_0^2 + p^2 c^2}$  es la energía del electrón tras salir arrancado.

Teniendo en cuenta el Principio de Conservación del Momento Lineal resulta:

$$p = p_e + p' \quad (B)$$

donde:  $p$  = momento lineal del fotón incidente,

$p'$  = momento lineal del fotón dispersado y

$p_e$  = momento lineal del electrón.

Si admitimos para el fotón un momento lineal  $p = h/\lambda$ , al resolver el sistema formado por los principios de conservación, ecuaciones (A) y (B), se obtiene lo siguiente:

$$\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda'} = \frac{h}{m_e c^2} (1 - \cos \alpha) \quad (40)$$

que es formalmente idéntico al resultado experimental obtenido por Compton. Por tanto la longitud de onda Compton  $\lambda_c$  está relacionada con la masa del electrón, por:

$$\frac{c}{\lambda} - \frac{c}{\lambda'} = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos \alpha) = \lambda_c (1 - \cos \alpha)$$

donde: 
$$\lambda_c = \frac{h}{m_e c} \quad (41)$$

A partir de esta expresión podemos determinar el valor de la constante de Planck, que resulta estar en concordancia con los resultados obtenidos en el estudio de la radiación del cuerpo negro.

La dispersión de fotones por interacción con electrones libres, puede ser explicada suponiendo una colisión elástica entre el electrón y el fotón, cuya masa en reposo es nula, pero está dotado de cierto momento lineal dado por:  $p = h/\lambda$ .

### 3.5. Absorción de las ondas electromagnéticas.

Las ondas electromagnéticas se debilitan al propagarse. Una de las causas de este debilitamiento es la pérdida de energía ocasionada por rozamientos, viscosidad, etc. Ello supone que parte de la energía que emite el foco va siendo absorbida por el medio y por tanto tiene lugar su debilitamiento. Este fenómeno se conoce como absorción de ondas.

Experimentalmente se comprueba que cuando una onda atraviesa una longitud infinitesimal  $dx$  de un determinado medio, se produce una variación de la intensidad que llamaremos  $dI$ . Esta variación de intensidad resulta ser directamente proporcional a la intensidad de la onda que incide y a la distancia que recorre, y depende de las características del medio. Dichas características se engloban en una constante denominada *coeficiente de absorción* del medio.

Matemáticamente podemos escribir:  $dI = -I \cdot b \cdot dx$

donde el signo negativo indica que la intensidad disminuye a medida que aumenta el espesor de medio que ha de atravesar. Integrando:

$$\int_{I_0}^I \frac{dI}{I} = -\int_0^x b \cdot dx \Rightarrow \ln \frac{I}{I_0} = -b \cdot x \quad \text{luego:} \quad I = I_0 e^{-b \cdot x} \quad (42)$$

Ecuación que indica que la intensidad de la onda decrece exponencialmente con la distancia  $x$  recorrida a través del medio.

### 3.6. Efecto Doppler en las ondas electromagnéticas.

Al escuchar el sonido de una motocicleta apreciamos variaciones en el tono (frecuencia) del mismo, según se acerque o se aleje. Estos cambios en las frecuencias de las ondas, cuando existe un movimiento relativo del foco emisor respecto al receptor, se denomina, en honor a su descubridor, efecto Doppler, y es común para todas las ondas.

Consideremos un foco emisor de ondas situado en reposo con respecto al punto donde se reciben las ondas (fig.21). En dicha figura se representan las ondas emitidas por un foco F, de frecuencia  $n$ , siendo  $v$  la velocidad de propagación de las mismas.

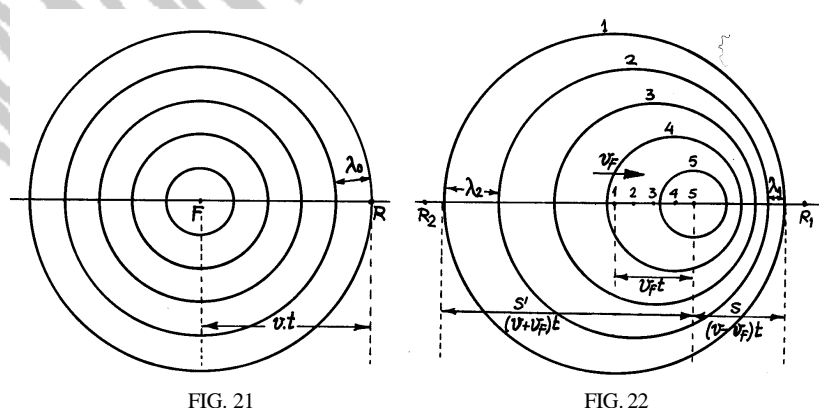


FIG. 21

FIG. 22

Siendo  $n$  la frecuencia con que se emiten las ondas (número de ondas por unidad de tiempo), el número de éstas que se emiten en un cierto tiempo  $t$ , será:

$$n = n_0 t$$

En este tiempo, las ondas habrán avanzado una distancia, dada por:



$$s = v \cdot t$$

por lo que la longitud de onda de estas ondas emitidas por el foco en movimiento será:

$$\lambda = \frac{s}{n} = \frac{v \cdot t}{n} = \frac{v \cdot t}{n_0 t} = \frac{v}{n_0}$$

como podríamos prever de antemano.

La frecuencia de las ondas recibidas en R será igual al número de ondas que lleguen por unidad de tiempo. El número de ondas es  $v t / \lambda$  y la frecuencia observada será:

$$n_r \frac{v t / \lambda}{t} = \frac{v}{\lambda} = n_0$$

Obviamente la frecuencia observada coincide con la frecuencia con que son emitidas las ondas.

*¿Qué sucedería si la fuente, el observador o ambos se encontrasen en movimiento?*

Supongamos primero que es la fuente la que se mueve, permaneciendo el observador en reposo. En la fig.22 se han dibujado los frentes de onda generados en el supuesto de que el foco se mueva con velocidad  $v_F$  y hacia la derecha. Delante del foco, los frentes de onda se aprietan y detrás del foco se ensanchan. Si la frecuencia con que emite ondas el foco es  $n_0$  y en un intervalo de tiempo  $t$ , el número de ondas emitidas por el foco será:

$$n = n_0 t$$

Delante del foco, los  $n$  frentes de onda ocupan un espacio  $s$ :

$$s = (v - v_F) \cdot t$$

mientras que detrás del mismo, ocupan una distancia  $s'$  diferente:

$$s' = (v + v_F) \cdot t$$

A los observadores  $R_1$  y  $R_2$ , delante y detrás respectivamente del foco emisor de ondas, llega el mismo número de ondas, pero desigual mente espaciadas, es decir, con distinta frecuencia. El observador situado en  $R_1$  apreciaría una longitud de onda  $\lambda_1$  que sería el cociente entre la distancia que ocupan las  $n$  ondas emitidas y el número de ellas:

$$\lambda_1 = \frac{s}{n} = \frac{(v - v_F) t}{n_0 t} = \frac{v - v_F}{n_0} = \frac{v}{n_0} \left( 1 - \frac{v_F}{v} \right)$$

mientras que un observador situado en  $R_2$ , apreciaría una longitud de onda  $\lambda_2$ :

$$\lambda_2 = \frac{s'}{n} = \frac{(v + v_F) t}{n_0 t} = \frac{v + v_F}{n_0} = \frac{v}{n_0} \left( 1 + \frac{v_F}{v} \right)$$

Si llamamos  $\lambda_0$  a la longitud de onda correspondiente al foco en reposo, se cumple:  $\lambda_0 = v / n_0$  con lo que las ecuaciones anteriores se convierten en:

$$\lambda_1 = \lambda_0 \left( 1 - \frac{v_F}{v} \right) \quad (43)$$

$$\lambda_2 = \lambda_0 \left( 1 + \frac{v_F}{v} \right) \quad (43')$$

que podemos englobar en una única: 
$$\lambda' = \lambda_0 \left( 1 \pm \frac{v_F}{v} \right) \quad (44)$$

donde el signo positivo es para el observador situado detrás del foco  $R_2$  y el signo negativo para el observador situado delante  $R_1$ .

La frecuencia medida por el observador en reposo será:  $n = v/\lambda'$  ya que la velocidad de propagación sólo depende de las características del medio. Por tanto:

$$n = \frac{n_0}{1 \pm v_F/v} \quad (45)$$

correspondiendo el signo positivo al caso en que el foco se aleja del observador y el negativo al caso en que se aproxima a éste.

Supongamos ahora que el foco emisor de ondas permanece en reposo respecto al medio y es el receptor el que se mueve. En este caso no habrá variación en la longitud de onda, pero al moverse el receptor, éste recibirá las ondas con mayor frecuencia si se acerca a la fuente y con menor frecuencia si se aleja de ella.

Si  $v_r$  es la velocidad del receptor y se acerca a la fuente, recibirá en cierto intervalo de tiempo  $t$  un número de ondas igual al que recibiría si estuviese en reposo más un número adicional debido a su movimiento. El número total de ondas recibidas, será:

$$n = \frac{(v + v_r)t}{\lambda_0} \quad \text{ó} \quad n = \frac{(v - v_r)t}{\lambda_0}$$

La frecuencia observada en cada uno de los casos anteriores es:

$$n_F = \frac{n}{t} = \frac{v \pm v_r}{\lambda_0} = \frac{v \pm v_r}{v} \cdot \frac{v}{\lambda_0} = n_0 \left( 1 \pm \frac{v_r}{v} \right) \quad (46)$$

donde el signo positivo corresponde al receptor que se acerca al foco y el negativo corresponde al receptor que se aleja del foco.

Los resultados anteriores pueden combinarse en el supuesto de que tanto el foco como el receptor se muevan.

Se puede observar que cuando la fuente se acerca a un observador en reposo, la frecuencia percibida es mayor que si ambos estuvieran en reposo. Si la fuente está en reposo y es el observador el que se acerca, también el resultado es un aumento de la frecuencia de las ondas percibidas, pero no coincide su valor con el del caso anterior.

El efecto Doppler en la luz cobra especial importancia. La frecuencia observada para la luz en el caso en que la fuente y el observador estén aproximándose resulta mayor que la frecuencia observada si estuviesen en reposo, lo cual se traduce en un corrimiento del espectro hacia el violeta (frecuencias más elevadas) y en un corrimiento hacia el rojo en el caso de que ambos (foco y observador) se alejen entre sí. Precisamente el desplazamiento hacia el rojo, observado en la luz que nos llega de los confines del universo procedente de las galaxias más lejanas, parece confirmar la teoría cosmológica de un universo en continua expansión.

#### **4. ESPECTRO DE LA RADIACIÓN ELECTROMAGNÉTICA.**

Las ondas electromagnéticas se propagan en el vacío a velocidad constante, pero su longitud de onda  $\lambda$  y, por tanto, su frecuencia, están relacionadas por la expresión:

$$c = \frac{\lambda}{T} = \lambda n \quad (47)$$

y depende de las características del oscilador que engendra las ondas electromagnéticas.

Con los circuitos eléctricos descritos se obtienen ondas electromagnéticas de radiofrecuencia o frecuencias de radio que se emplean en las comunicaciones. Frecuencias más elevadas se pueden obtener con osciladores más rápidos y por tanto, con menor inercia a la oscilación, lo que se consigue con las excitaciones moleculares, atómicas, electrónicas y nucleares.

#### **4.1. Clasificación del espectro electromagnético. Aplicaciones.**

Según el mecanismo de obtención de ondas, el espectro electromagnético se clasifica en una serie de rangos de frecuencia o longitudes de onda, que se distinguen entre sí por sus características y propiedades, aunque no existe entre ellos una división o frontera clara sino un solapamiento de estos rangos.

Los distintos rangos del espectro electromagnético los describiremos a continuación según frecuencias (o energías) crecientes o longitudes de onda decrecientes:

a) *Radioondas*. ( $\lambda=10$  Km a  $\lambda=10$  m). Son producidas por circuitos eléctricos oscilantes, como los descritos anteriormente, y se aplican fundamentalmente en comunicaciones y en investigaciones astrofísicas. Características de estas ondas es que doblan los obstáculos y tienen poco alcance en la atmósfera pues transportan poca energía. A medida que aumenta la frecuencia (disminuye su longitud de onda) transportan más energía y tiene más alcance, pero mayor posibilidad de ser detenidas por los obstáculos sin doblarlos. Sufren reflexión en la ionosfera (capa atmosférica de iones situada entre 60 y 300 km de altura) Se clasifican, de mayor a menor  $\lambda$  en: *largas, medias y cortas*.

b) *Ondas Ultracortas*. ( $\lambda=10$  m a  $\lambda=1$  cm). Son producidas igualmente por circuitos eléctricos oscilantes. Son utilizadas en las transmisiones de televisión, porque tienen mayor energía, aunque, por su propagación rectilínea son fácilmente detenidas por los obstáculos interpuestos. Se clasifican, de mayor a menor  $\lambda$  en:

<i>VHF</i> ondas métricas	$\lambda \approx 1$ m
<i>UHF</i> ondas decimétricas	$\lambda \approx 1$ dm
<i>SHF</i> ondas centimétricas	$\lambda \approx 1$ cm

c) *Microondas*. ( $\lambda=1$  cm a  $\lambda=10^2$  m). Son generadas por dispositivos electrónicos oscilantes y se utilizan en radar, comunicaciones e investigaciones astrofísicas.

d) *Infrarrojo*. ( $\lambda=10^2$  m a  $\lambda=780$  nm). Son producidas por las oscilaciones térmicas de los cuerpos, o sea, es la radiación que emite todo cuerpo debido a la agitación molecular que posee al encontrarse a una temperatura T superior al 0 K.

e) *Espectro visible*. ( $\lambda=780$ nm a  $\lambda=390$  nm). Es el rango más estrecho y constituye la luz, zona del espectro electromagnético que sensibiliza las células de la retina del ojo humano y da sensación de visión cromática. Ciertos rangos de frecuencias individualizadas, dan sensación de color, constituyen el espectro continuo de la luz, que se manifiesta en el arco iris y son los siguientes:

$\lambda= 780$ nm a $\lambda= 622$ nm	Rojo
$\lambda= 622$ nm a $\lambda= 597$ nm	Naranja
$\lambda= 597$ nm a $\lambda= 577$ nm	Amarillo
$\lambda= 577$ nm a $\lambda= 492$ nm	Verde

$\lambda = 492 \text{ nm}$  a  $\lambda = 455 \text{ nm}$     Azul  
 $\lambda = 455 \text{ nm}$  a  $\lambda = 390 \text{ nm}$     Violeta

f) *Ultravioleta*. ( $\lambda = 390 \text{ nm}$  a  $\lambda = 0'6 \text{ nm}$ ). Constituye una amplísima gama del espectro solapada con la siguiente (rayos X). Se originan por descargas eléctricas en gases enrarecidos, lo que da lugar a oscilaciones moleculares. Es muy abundante en el Universo, pues la emiten en grandes cantidades el Sol y las estrellas, pero a la Tierra no llega pues es detenida y absorbida por la Ozonósfera (capa de la atmósfera rica en ozono) y evita que alcance la superficie en dosis perjudiciales a los organismos vivos. Tiene acciones importantes sobre el material genético celular produciendo roturas y mutaciones en las cadenas de ácidos nucleicos.

g) *Rayos X*. ( $\lambda = 1 \text{ nm}$  a  $\lambda = 6 \text{ pm}$ ). Descubiertos por Roentgen en 1895, también constituyen un amplísimo rango de frecuencias que se solapa con el siguiente (rayos  $\gamma$ ). Se producen debido a las oscilaciones atómicas originadas por el choque de electrones en superficies metálicas. Se clasifican según su  $\lambda$  en: *Muy blandos*, *Blandos*, *Medios*, *Duros* y *Muy Duros*. Los primeros se utilizan en Radiología y Medicina y los últimos se utilizan en la investigación de estructuras cristalinas y metálicas.

h) *Rayos  $\gamma$* . ( $\lambda = 100 \text{ pm}$  a  $\lambda = 0'01 \text{ pm}$ ). Constituye la última gama del espectro electromagnético que junto con la anterior son producidos por oscilaciones atómicas y nucleares. Se originan en los procesos de desintegración radiactiva y se encuentran en gran abundancia en ciertos conglomerados estelares. Se utilizan en medidas y análisis de estructuras cristalinas por difracción y son objeto de intensas investigaciones astrofísicas.

#### **4.2. Medidas de protección a la radiación de elevada frecuencia.**

Las radiaciones electromagnéticas de elevada frecuencia dañan los tejidos del ser vivo. Son peligrosas por varias razones:

- El hombre no dispone de órganos sensoriales que le indique que está siendo irradiado.
- El daño puede ocurrir por fuentes de radiación desde fuera del cuerpo y desde dentro de él.
- Los efectos no aparecen inmediatamente, sino después de un periodo de tiempo, a menudo años.

Las fuentes de radiación electromagnética son potencialmente más peligrosas que ciertos venenos químicos y necesitan estrictas medidas de seguridad para la protección de los seres vivos. La radiación tiene un efecto muy definido sobre las células que sufren continua reproducción por división. Generalmente detienen el proceso de división mientras persiste la irradiación pero la reproducción vuelve a la normalidad al cesar ésta, siempre que la dosis recibida no haya sido demasiado elevada, lo que podría producir la muerte de las células.

Los tejidos cuyas células se reproducen continuamente, son los más propensos a sufrir daños por radiación, o sea, son radiosensibles, y en éstos se incluyen: la médula del hueso, los órganos genitales, los recubrimientos del estómago e intestinos. Los teji-

dos menos sensibles son los vasos sanguíneos, los músculos, el cerebro y las células nerviosas.

El efecto de la radiación depende del área irradiada. Con una fuente externa, el área puede ser el cuerpo entero aunque algunas zonas (cabeza, manos) están más expuestas que otras. Las consecuencias que se derivan de la irradiación con alta frecuencia son:

- a) Disminución en el suministro de hemoglobina, por haber sido dañada la médula ósea.
- b) Disminución en el suministro de glóbulos blancos, pues resulta dañada la médula ósea y el tejido linfático.
- c) Disminución de plaquetas en sangre y como consecuencia la aparición de hemorragias internas.
- d) Producción de mutaciones en las cadenas de ácidos nucleicos de los cromosomas con alteración de los genes, aunque sus efectos no se manifiestan de forma inmediata.

La radiación electromagnética se usa ampliamente hoy día y es parte integrante de nuestro ambiente. Su empleo lleva consigo cierto riesgo para los que trabajan con ella y es necesario el empleo de medidas de protección. La Comisión Internacional de Protección Radiológica, introdujo el concepto de *Dosis Máximas Permisibles* (DMP) de radiación a las que pueden exponerse las personas sin que se produzca lesión corporal apreciable en cualquier momento de su vida.

Existen dos grupos de personas a considerar:

- a) los que trabajan directamente con radiaciones (radiólogos y radiógrafos, operarios de la industria electrónica y atómica).
- b) el público en general.

Las DMP suelen ser más elevadas para el grupo a) que para el grupo b) ya que, por lo general, las personas del grupo a) son adultas, de buena salud y constitución, conocedores y conscientes del riesgo y están sometidas a controles médicos constantes.

Las medidas de protección a la radiación electromagnética a adoptar en las diversas situaciones de exposición constituyen objeto de continua investigación y podemos resumir en lo siguiente:

- a) La mejor manera de protegerse es alejarse de la fuente de radiación. El efecto de la distancia es importante y se aprecia al manipular una fuente radiactiva bien con la mano o con pinzas largas apropiadas.
- b) Si la distancia de manipulación no puede aumentarse, se utilizarán métodos de apantallamiento con materiales adecuados, especialmente de goma y plomo. Así, se emplean delantales y guantes de goma y plomo en los departamentos de radiología de los hospitales. Se utilizan láminas de vidrio de plomo para proteger a los operarios directos de los rayos X.
- c) La manipulación de isótopos radiactivos (fuentes de rayos  $\gamma$ ) se hace en recintos cerrados separados del exterior por muros de ladrillos de plomo y utilizando pinzas y brazos mecánicos articulados manejados por el operador que trabaja desde el exterior.

- d) Las fuentes extraordinariamente radiactivas se trasladan y resguardan en recipientes de paredes muy gruesas de plomo o de wolframio. La observación de estos laboratorios aislados se hace a través de ventanas de gruesos vidrios de plomo o usando mecanismos ópticos como los periscopios.

Otro problema en plena controversia, es el efecto de las microondas sobre los seres vivos. Las microondas es un rango de radiaciones electromagnéticas comprendidas entre  $\lambda=1$  cm a  $\lambda=10^2$   $\mu\text{m}$ , que actualmente se utiliza profusamente en comunicaciones, radar, control del tráfico aéreo, televisión por satélite, equipos de telefonía, aparatos de diatermia utilizados en medicina, hornos domésticos e industriales de microondas, etc.

La interacción entre microondas y organismos ha sido estudiada con mayor amplitud que otros riesgos ambientales potenciales pero no se ha llegado a conclusiones definitivas y el debate sigue abierto. Se ha sugerido, por gran cantidad de estudios en animales, que las microondas pueden provocar cambios en el sistema inmunológico, alteraciones del comportamiento, cambios en la permeabilidad del cerebro a ciertas moléculas transportadas por la sangre, daños en los cromosomas y desarrollo de cáncer. No obstante, los estudios sobre el ser humano son escasos y deficientes y sus resultados y conclusiones no son definitivos.

Se sabe que la exposición a grandes dosis de microondas produce quemaduras y fatiga por calor, lo mismo que otras ondas electromagnéticas de baja frecuencia, pero no se han demostrado otros efectos biológicos. No obstante se deduce de todos los estudios, que los posibles daños de las microondas depende en gran medida de los tiempos de exposición y de la dureza de estas ondas. En estos casos, la medida de protección más eficaz es evitar una exposición estática y prolongada que pueda sobrepasar las dosis mínimas permitidas por las normas internacionales.



**ANEXO**

A partir de la 3ª y 4ª ecuaciones de Maxwell:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\frac{d\Phi_m}{dt} \quad \text{y} \quad \oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mathbf{e}_0 \mathbf{m}_0 \frac{d\Phi_e}{dt}$$

que se escribirán así:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\frac{\partial}{\partial t} \int_s \vec{B} \cdot d\vec{A} \quad \text{y} \quad \oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mathbf{e}_0 \mathbf{m}_0 \int_s \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \cdot d\vec{A}$$

aplicamos el teorema de Stokes, que para el vector genérico  $\vec{T}$  se escribe:

$$\oint \vec{T} \cdot d\vec{l} = \int_s (\nabla \wedge \vec{T}) \cdot d\vec{A}$$

las ecuaciones anteriores quedarán escritas así:

$$\int_s (\nabla \wedge \vec{E}) \cdot d\vec{A} = -\frac{\partial}{\partial t} \int_s \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

$$\int_s (\nabla \wedge \vec{B}) \cdot d\vec{A} = \mathbf{e}_0 \mathbf{m}_0 \int_s \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \cdot d\vec{A}$$

e igualando los integrandos, por ser integrales de superficie extendidas a la misma superficie, resultará:

$$\nabla \wedge \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad \text{y} \quad \nabla \wedge \vec{B} = \mathbf{e}_0 \mathbf{m}_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

y desarrollando los rotacionales para  $\vec{E} = E_y \vec{j}$  y  $\vec{B} = B_z \vec{k}$  resulta:

$$\begin{vmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & E_y & 0 \end{vmatrix} = \vec{i} \left( -\frac{\partial E_y}{\partial z} \right) + \vec{k} \left( \frac{\partial E_y}{\partial x} \right) = -\left( \frac{\partial B_z}{\partial t} \right) \vec{k} \Rightarrow \frac{\partial E_y}{\partial x} = -\frac{\partial B_z}{\partial t}$$

$$\begin{vmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & B_z \end{vmatrix} = \vec{i} \left( \frac{\partial B_z}{\partial y} \right) - \vec{j} \left( \frac{\partial B_z}{\partial x} \right) = \mathbf{e}_0 \mathbf{m}_0 \left( \frac{\partial E_y}{\partial t} \right) \vec{j} \Rightarrow \frac{\partial B_z}{\partial x} = -\mathbf{e}_0 \mathbf{m}_0 \frac{\partial E_y}{\partial t}$$

ya que  $\vec{E}$  y  $\vec{B}$  sólo son funciones de  $x$  y  $t$ .

Prescindiendo de los subíndices de E y B resultará finalmente:

$$\frac{\partial E}{\partial x} = -\frac{\partial B}{\partial t} \quad \text{y} \quad \frac{\partial B}{\partial x} = -\mathbf{e}_0 \mathbf{m}_0 \frac{\partial E}{\partial t} \quad \text{c.q.d.}$$

## Tratamiento Didáctico

---

### OBJETIVOS

Introducir al alumno en el campo de las ondas electromagnéticas como mecanismo de transporte de energía radiante, actualmente presente y utilizable en todos los campos de la actividad humana cotidiana.

Interpretar el mecanismo físico con el cual se originan las O.E.M.

Estudiar el espectro completo electromagnético, su presencia en la Naturaleza y sus aplicaciones prácticas.

### UBICACIÓN

Algunas ideas de Ondas Electromagnéticas se introducen en el 2º curso del Bachillerato dentro del concepto más amplio del Campo Electromagnético.

Dado su nivel conceptual este es un tema de Física universitaria por lo que lo ubicaremos, según el guión desarrollado es en el primer curso de las licenciaturas científicas o técnicas.

### TEMPORALIZACION

Puede desarrollarse el tema en un período de 6 horas para explicar todos sus puntos y debe completarse con 1 hora para la resolución de problemas numéricos relacionados con la transmisión de ondas electromagnéticas.

### METODOLOGIA

Debido a la dificultad conceptual y matemática, el tema debe explicarse con sumo cuidado, exhaustivamente, paso a paso y comprobando la comprensión por parte de los alumnos. En la explicación debe incluirse problemas numéricos relacionados con el tema, que ilustren la teoría difícilmente comprensible.

Recurrir a ejemplos prácticos de la vida diaria para ayudarnos en la explicación, con lo que el profesor puede hacer participar al alumno en el planteamiento de sus dudas de comprensión.

### CONTENIDOS MINIMOS

Las ondas electromagnéticas en la naturaleza y en la técnica.

Origen de las ondas electromagnéticas.

Leyes de Maxwell para las ondas electromagnéticas.

El oscilador ideal. Funcionamiento.

Velocidad de las ondas electromagnéticas.

Energía de las ondas electromagnéticas. El vector de Poynting.

Momento lineal de las ondas electromagnéticas.

Efecto Compton.

Espectro completo de ondas electromagnéticas. Clasificación.

### MATERIALES Y RECURSOS DIDACTICOS

Libros de texto, complementado con apuntes de clase.

Vídeos didácticos sobre las ondas electromagnéticas, producción y propagación energía transportada y aplicaciones tecnológicas. Deben visualizarse con un guión previo del profesor y explicado sobre el visionado.

Libros de problemas de electromagnetismo y aplicaciones sencillas de las leyes de Maxwell.

### EVALUACION

Prueba escrita de carácter objetivo sobre conceptos fundamentales relacionados con el tema valorando la comprensión y razonamiento.

Pruebas de opción múltiple con preguntas de varias respuestas que obligue al alumno al razonamiento.